Subject :

Mode :

operational Research

* operational Research:
Techniques and statistics that use to arrive at optimal Solutions to solve Complex Problems.

* يعني طرق وتقنيات بنستخدمها علشان نوصل لأفضل حل للمشكلة
مانقدرش نقول إن المادة هي Pure Mathematics زي اللي درسناها
قبل كده لأننا مش بنحل مشكلة رياضية، ولكنه بيكون عندنا
مشكلة حياتيه على أرض الواقع وبنحولها لـ Mathematical model
علشان نقدر نحلها ونوصل تماما لأفضل حل لها، علشان
كده ينفع نقول إن المادة فرع من Applied Mathematics

* Application Area:-
- Military
- Industry
- Business
- Public sector
- Health care

* مهما اختلفت الـ Application Areas ولكن دائما الهدف الوصول إلى
الحل الأمثل [optimal solution] الأفضل من باقي الحلول الممكنة
ودائماً يوجد optimal solution واحد فقط بقيمة واحدة مهما
اختلفت طرق إيجاده "يعني ينفع اطلع الـ optimal بأكتر من
طريقة ولكن في النهاية بنطلع نفس القيمة".

Date :   Subject :

* Types of Problems:

Linear Programming : each varible has Power 1 ex: $2x_1 + 4x_2 \leq 5$

Non Linear Programming : at least one varible like : sin , cos, e^x

Problem $\xrightarrow{\text{Formulation}}$ Math Model $\xrightarrow{\text{Algorithm}}$ Numerical Solution $\rightarrow$ Implementation

Formulation of Problem :-

① Decision Variable

② objective
- → Max : Profit , Sale, Products , efficiency
- → Min : cost, time , effort , risk, losses, distance

③ Constrains (subject to)

* كل ما بتزيد الـ Constrains وبتزيد الـ Decision Varible كل ما بنحتاج اننا نستخدم الـ Computer علشان يسهل علينا حل الـ Complex Problem دي ولكن ده لا يغني عن اننا نتعلم الطرق المستخدمة في الحل علشان نقدر نطورها بعدين.

Subject : Mode :

Example 1 :

① John must work at least 20 hours a week to Supplement his income while attending school. He has the opportunity to work in two retail Stores ② In Store 1, he can work between 5 and 12 hours a week, and ③ in Store 2, he is allowed between 6 and 10 hours. Both Stores Pay the same hourly wage. In deciding how many hours to work in each Store, John want to base his decision on work Stress. Based on interviews with Present employees. John estimates that, on an ascending Scale of 1 to 10, the ④ Stress Factor are 8 and 6 at Stor 1 and 2, respectively. Because Stress Factor by the hour, he estimate the total Stress For each ⑤ Store at the end of the weeks is Proportional to the number of the hours he works in the Store. How many hours Should John work in each Store?

_ Decision Variables:

x_1 : Number of working hour in Store 1 Per week.

x_2 : Number of working hour in Store 2 Per week.

_ objective:

Minimize Stress $Z_{min} = 8x_1 + 6x_2$

_ Subject to (constrains):

$x_1 + x_2 \geq 20$

$x_1 \geq 5$, $x_1 \leq 12$

$x_2 \geq 6$, $x_2 \leq 10$

$x_1, x_2 > 0$ « Hidden constrain »

Date :   Subject :

Example 2 :

Show & Sell can advertise its Products on local radio & T.V.
① The advertising budget is limited to $ 10.000 a month. Each
② minute of radio advertising costs $15 and each minute of
③ Tv Commercials $ 300. Show & Sell likes to advertise on radio
④ at least twice as much as on Tv. In the meantime, it is not
⑤ Practical to use more than 400 minutes of radio advertising
a month. From Past experience, advertising on Tv estimated
⑥ to be 25 time as effective as on radio. Determine the optimum allocation of the budget to radio and Tv advertising.

_ Decision Variables:

x_1 : Number of minutes on radio per month.

x_2 : Number of minutes on TV per month

_ objective :

Max effectiveness $Z_{max} = 1x_1 + 25x_2$

_ Subject to (Constraints):

$15x_1 + 300x_2 \leq 10000$

$x_1 \leq 400$

$x_1 \geq 2x_2$

$x_1, x_2 \geq 0$ « Hidden constrains »

Subject : Mode :

Example 8 :

A manufacturer of Artifical sweetener blends 14 Kilograms
① of Saccharin and 18 Kilograms of dextose to Prepare two new Products : Sweet and Low Suger. each Kilogram of
② Sweet Contains 0.4 Kilogram of dextrose and 0.2 kg of Saccharin. While each Kilogram of Low Suger Contains 0.3 kg of dextrose
③ and 0.4 kg of Saccharin. If the Profit on each kg of Sweet
④ is 20 cent and the Profit on each kg of Low Suger is 30 Cent How many Kilograms of each Product should be made to maximize the Profit ?

_ Decision Variables :

x_1 : Number of Kilograms of Sweet

x_2 : Number of Kilograms of Low Suger

_ objective :

Maximize Profit $Z_{max} = 20x_1 + 30x_2$

_ subject to (Constrains) :

$0.4x_1 + 0.3x_2 \leq 18$

$0.2x_1 + 0.4x_2 \leq 14$

$x_1, x_2 \geq 0$ « hidden constrain »

baraka

Subject :

Date :

* في كل المسائل اللي فاتت كان المطلوب بس اننا نعمل الـ Formulation و نطلع الـ Math. model للمسألة فقط ولكن ماحلناش المسألة علشان نحل اي Problem عندنا طريقتنا :-

1. Theoritically
2. Graphically

* Graphically Method :-

* علشان استخدم الطريقة دي لازم تكون المسألة ليها فقط اتنين Decision Variables لو ليها اكتر من اتنين مش هينفع نستخدمها ونلجأ لـ Theoritically method.

* الخطوات :-

1. نرسم كل Constrain من الـ Constrains وبما إن كل Variable فيها الـ Power بتاعه بـ(1) يبقى كل Constrain لما نرسمه هيكون [Line] كل Line هيقسم الـ Drawing Space إلى ثلاث مناطق اما فوق الـ (Line) لو كانت علامة الـ Constrain اكبر منه او يساوي تحت الـ (Line) لو كانت علامة الـ Constrain اقل منه او يساوي على الـ (Line) لو كانت علامة الـ Constrain يساوي فقط

2. بعد ما نرسم الـ [Lines] اللي بتمثل الـ [Constrain] نشوف منطقة التقاطع ما بينهم ونحدد الـ Corners بتاعت منطقة التقاطع

3. الـ Optimal Sol. هو واحد من الـ Corners وعلشان نعرف اي واحد منهم الـ Optimal أما نعوضهم بهم في الـ object. واللي هيحققه منه الـ Corners يبقى هو الـ Optimal او نرسم الـ [Z Line] ونمشي بيه لحد ما نوصل للـ Corner اللي يحقق الـ object.

Subject :   Mode :

Example 1:-

$Z_{min} = 8x_1 + 6x_2 \longrightarrow$ Zline : (0,0), (6,-8), (-6,8)

Subj.to :

$x_1 + x_2 \geq 20 \longrightarrow$ 2 Point (0,20) (20,0) Line①

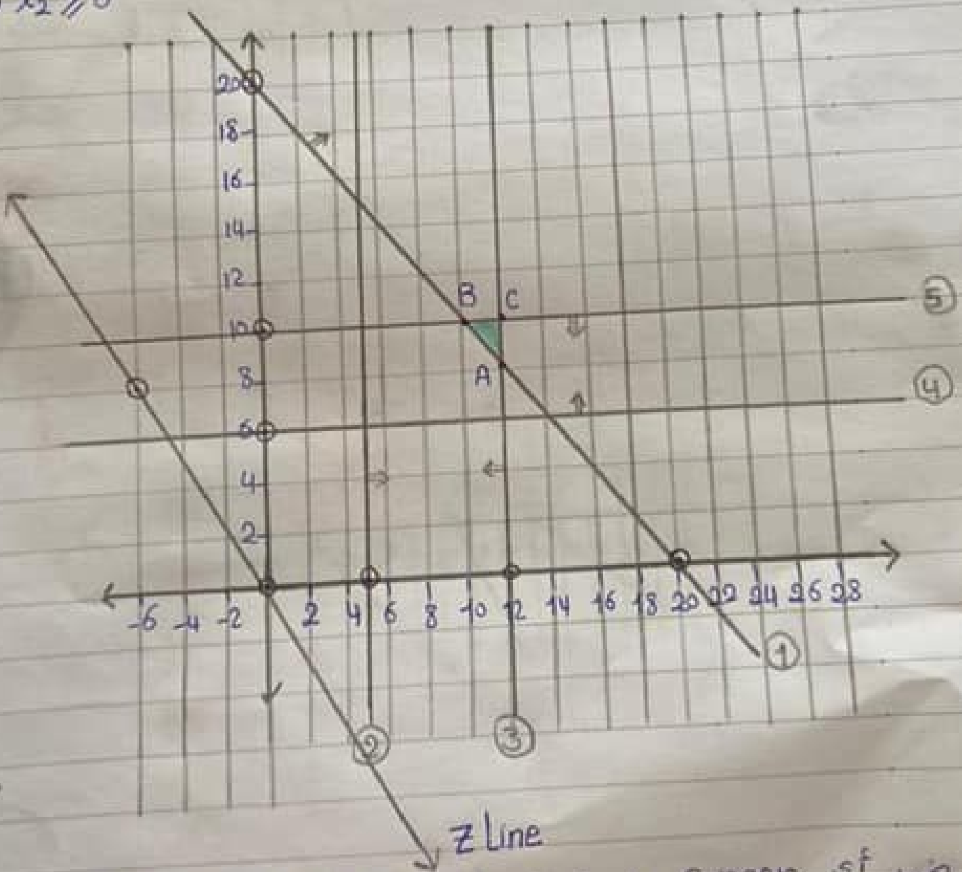
$x_1 \geq 5 \longrightarrow$ 1 Point (5,0) Line②

$x_1 \leq 12 \longrightarrow$ 1 Point (12,0) Line③

$x_2 \geq 6 \longrightarrow$ 1 Point (0,6) Line④

$x_2 \leq 10 \longrightarrow$ 1 Point (0,10) Line⑤

$x_1, x_2 \geq 0$



* علشان نحدد of corner (A,B,C) هو ال optimal نمشي بال Z line لحد ما نلاقي اقرب نقطة لل Line "اول نقطة" لأن [objective Zmin] فلاقيها هي (B)

baraka

Date : Subject :

أو ممكن نستخدم التعويض بال corner علشان نعرف ال optimal

$A = (12,8) \rightarrow Z = 8(12) + 6(8) = 144$

$B = (10,10) \rightarrow Z = 8(10) + 6(10) = 140 \Leftarrow$ To min Z

$C = (12,10) \rightarrow Z = 8(12) + 6(10) = 156$

$\therefore$ $B = (10,10)$ is the optimal Feasible Solution.

Subject :   Mode :

Example 2 :-

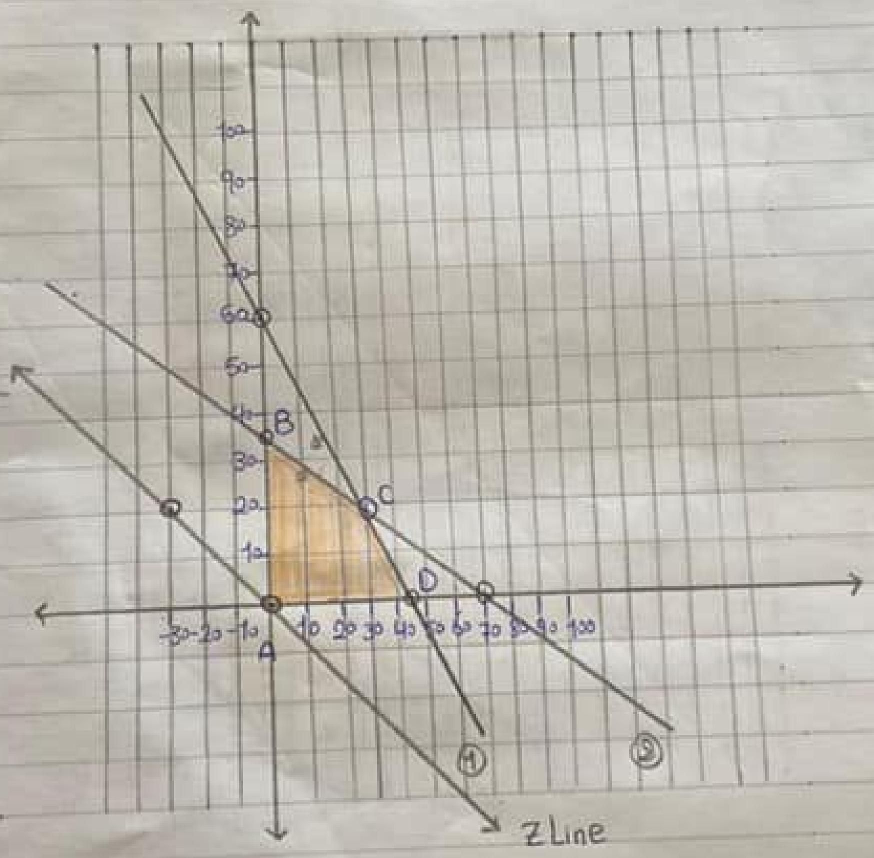
$Z_{max} = 20x_1 + 30x_2$ $\longrightarrow$ Z Line : (0,0) (30,-20) (-30,20)

Subj to :

$0.4x_1 + 0.3x_2 \leq 18$ $\longrightarrow$ 2 Point (0,60) (45,0) $\longrightarrow$ Line①

$0.2x_1 + 0.4x_2 \leq 14$ $\longrightarrow$ 2 Point (0,35) (70,0) $\longrightarrow$ Line②

$x_1, x_2 \geq 0$



* لو استخدمنا Zline علشان نعرف الـ optimal نمشي بالـ Zline لحد ما نوصل لأبعد نقطة عنه لآخر نقطة « لأن Zmax Object وهي نقطة (C)

baraka

Date :   Subject :

*لو استخدمنا طريقة التعويض

$A=(0,0) \rightarrow Z=20(0)+30(0)=0$

$B=(0,35) \rightarrow Z=20(0)+30(35)=1050$

$C=(30,20) \rightarrow Z=20(30)+30(20)=1200 \Leftarrow$ To Max Z

$D=(45,0) \rightarrow Z=20(45)+30(0)=900$

$\therefore$ C=(30,20) is the optimal Feasible Solution.

Subject : Mode :

Example 3 :-

$Z\max = x_1 + 2x_2 \longrightarrow$ Z Line : (0,0) (-2,1) (2,-1)

Subj to :

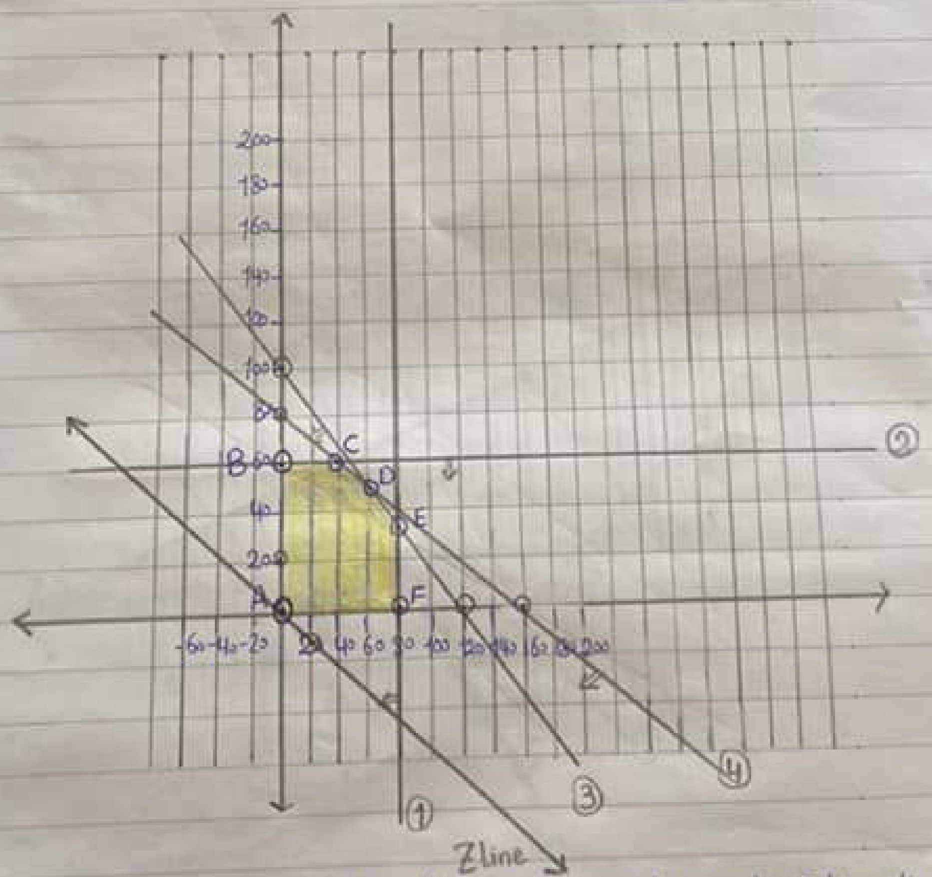
$x_1 \le 80 \longrightarrow$ 1 Point (80,0) $\longrightarrow$ Line ①

$x_2 \le 60 \longrightarrow$ 1 Point (0,60) $\longrightarrow$ Line ②

$5x_1 + 6x_2 \le 600 \longrightarrow$ 2 Points (0,100) (120,0) $\longrightarrow$ Line ③

$1x_1 + 2x_2 \le 160 \longrightarrow$ 2 Points (0,80) (160,0) $\longrightarrow$ Line ④

$x_1, x_2 \ge 0$



* نمشي بالـ Z line لأبعد نقطة علشان الـ object max هلاقيه وصل لنقطتين C,D مع بعضه ع نفس الوقت

Date : Subject :

باستخدام: طريقة التعويض

$A=(0,0) \rightarrow Z= (0)+2(0)=0$

$B=(0,60) \rightarrow Z= (0)+2(60)=120$

$C=(40,60) \rightarrow Z= (40)+2(60)=160$

$D=(60,50) \rightarrow Z= (60)+2(50)=160$

Same value To max Z

$E=(80,33.3) \rightarrow Z= (80)+2(33.3)=146.6$

$F=(80,0) \rightarrow Z= (80)+2(0)=80$

$\therefore$ This Problem has Infinite number of Solution.

Subject :   Mode :

Example 4:-

$Z_{max} = 200x_1 + 300x_2$ → Z Line = (0,0) (-300,200) (800,-200)

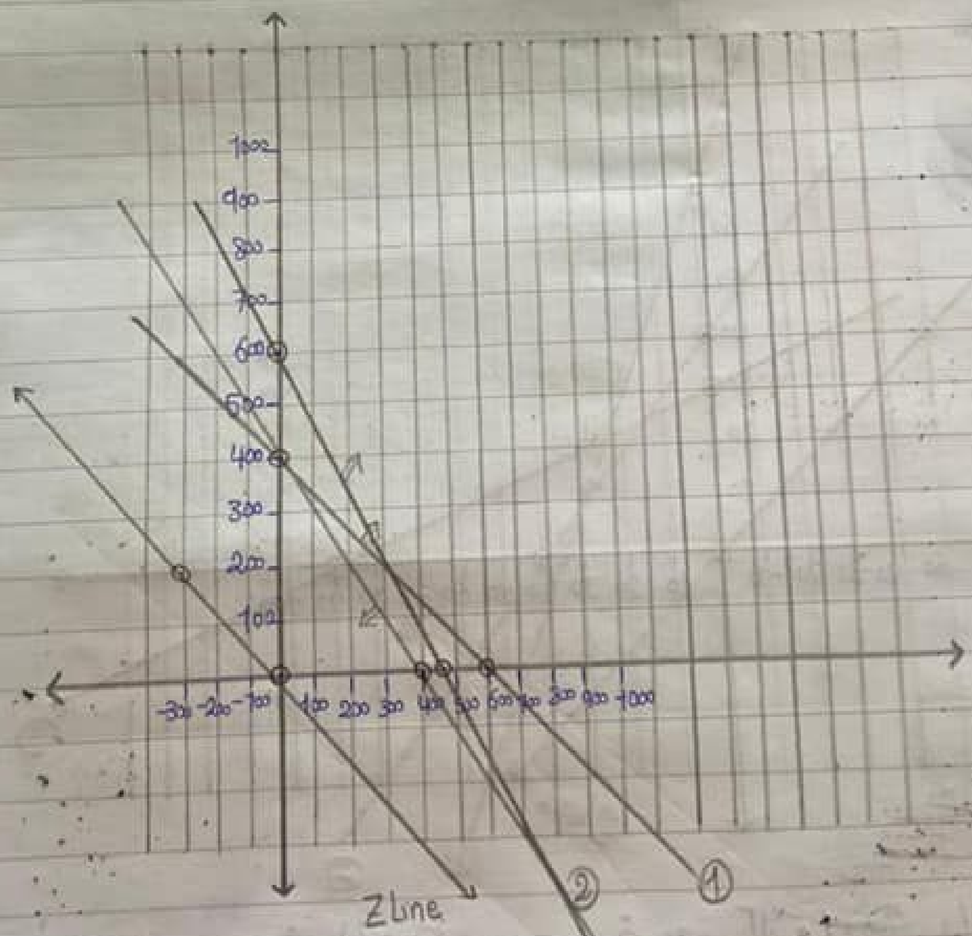
Subj. to:

$2x_1 + 3x_2 \geq 1200$ → 2 Points (0,400) (600,0) → Line ①

$x_1 + x_2 \leq 400$ → 2 Points (0,400) (400,0) → Line ②

$2x_1 + 1.5x_2 \geq 900$ → 2 Points (0,600) (450,0) → Line ③

$x_1, x_2 \geq 0$



* مش لاقيت اصلا اى intersection ما بين Lines فمش فيه اى حل No Feasible Sol.

Date :   Subject :

Example 5 :-

$Z_{max} = 400x_1 + 600x_2$ → Z line : (0,0) (-600,400) (600,-400)

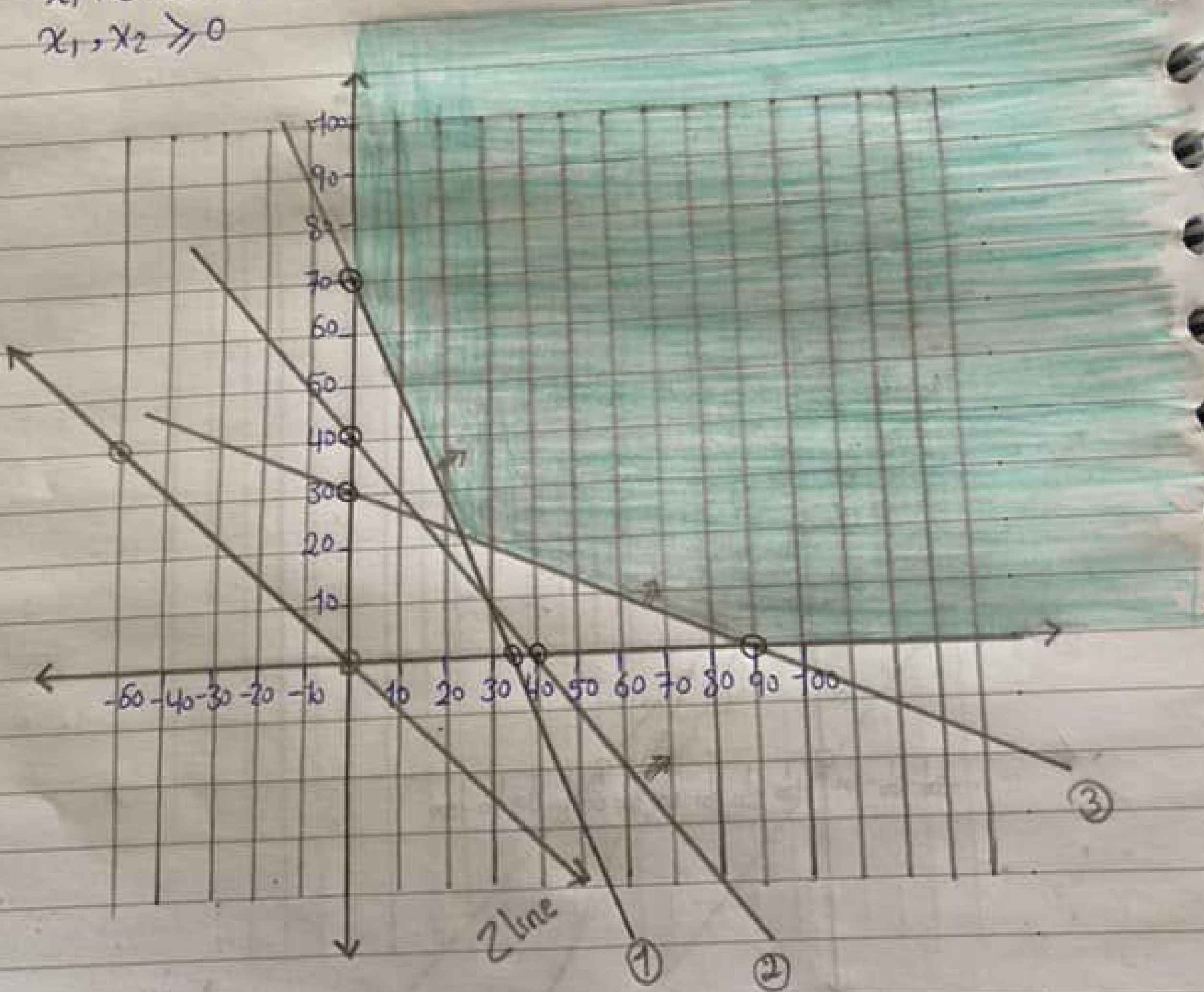
subj to :

$2x_1 + x_2 \geq 70$ → 2 Points (0,70) (35,0) → Line ①

$x_1 + x_2 \geq 40$ → 2 Points (0,40) (40,0) → Line ②

$x_1 + 3x_2 \geq 90$ → 2 Points (0,30) (90,0) → Line ③

$x_1 , x_2 \geq 0$



* هنا هنلاقي الـ Feasible Area مفتوحة يعني كل ما نمشي با Z line علشان نلاقي أبعد نقطة لل Z max مش هنعرف نحددها لأنه كل ما نمشي هنلاقي حل أفضل لحد infinity علشان كده بنقول ان optimal sol. هو unbounded sol.